

## Zadania otwarte – ciągi

### Zad.1

Wyznacz  $x$  oraz  $y$ , jeśli wiadomo, że ciąg  $(9, y, 49)$  jest rosnącym ciągiem geometrycznym, a ciąg  $(2x+1, y, 6x+9)$  jest ciągiem arytmetycznym.

### Zad.2

Wykaż, że ciąg  $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{3}, \frac{3-\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}-1}{4}\right)$  jest ciągiem geometrycznym.

### Zad.3

Oblicz sumę wszystkich liczb dwucyfrowych, które przy dzieleniu przez 3 dają resztę 2.

### Zad.4

Liczby  $-6, 3x-4, 50$  są w podanej kolejności pierwszym, drugim i piątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$ .

### Zad.5

Suma  $n$  początkowych wyrazów ciągu  $(a_n)$  wyraża się wzorem  $S_n = 2n^2 - 4n$ .

- Oblicz  $a_5$ .
- Wykaż, że  $a_6 + a_7 = 40$ .

### Zad.6

Liczby  $(a, b, c)$  tworzą ciąg arytmetyczny, a ich suma jest równa 21. Jeśli drugą liczbę zwiększymy o 2 oraz trzecią zwiększymy o 7, to otrzymamy liczby tworzące ciąg geometryczny. Znajdź te liczby.

### Zad.7

Liczby  $a, b, c$  tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 114. Te same liczby są pierwszym, czwartym i dwudziestym piątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz  $a, b$  i  $c$ .

### Zad.8

Współczynniki  $-2, a, b$  funkcji kwadratowej  $f(x) = -2x^2 + ax + b$ , w podanej kolejności, tworzą ciąg arytmetyczny. Funkcja  $f$  jest malejąca w zbiorze  $\langle -1, +\infty \rangle$ . Wyznacz  $a$  i  $b$ .

### Zad. 9

Koszt wykopania pierwszego metra studni wynosi 100 zł. Za wykopanie każdego kolejnego metra trzeba zapłacić o 10 zł więcej niż za wykopanie poprzedniego. Oblicz koszt wykopania 15 metrów studni.

Zad. 10

Piłka, odbijając się od ziemi, osiągała za każdym razem wysokość równą  $\frac{2}{3}$  poprzedniej. Jak wysoko wzniósła się piłka po pierwszym uderzeniu, jeśli po szóstym odbiła się na wysokość 32 m?

Zad.11

Miary kolejnych kątów wielokąta wypukłego tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy  $10^\circ$ . Najmniejszy kąt tego wielokąta ma miarę  $100^\circ$ . Ile boków ma ten wielokąt?

Zad.12

Trzy liczby  $x$ ,  $y$  i 12 są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego, natomiast liczby  $x$ ,  $y$ , 9 to kolejne wyrazy ciągu arytmetycznego. Oblicz  $x$  i  $y$ .